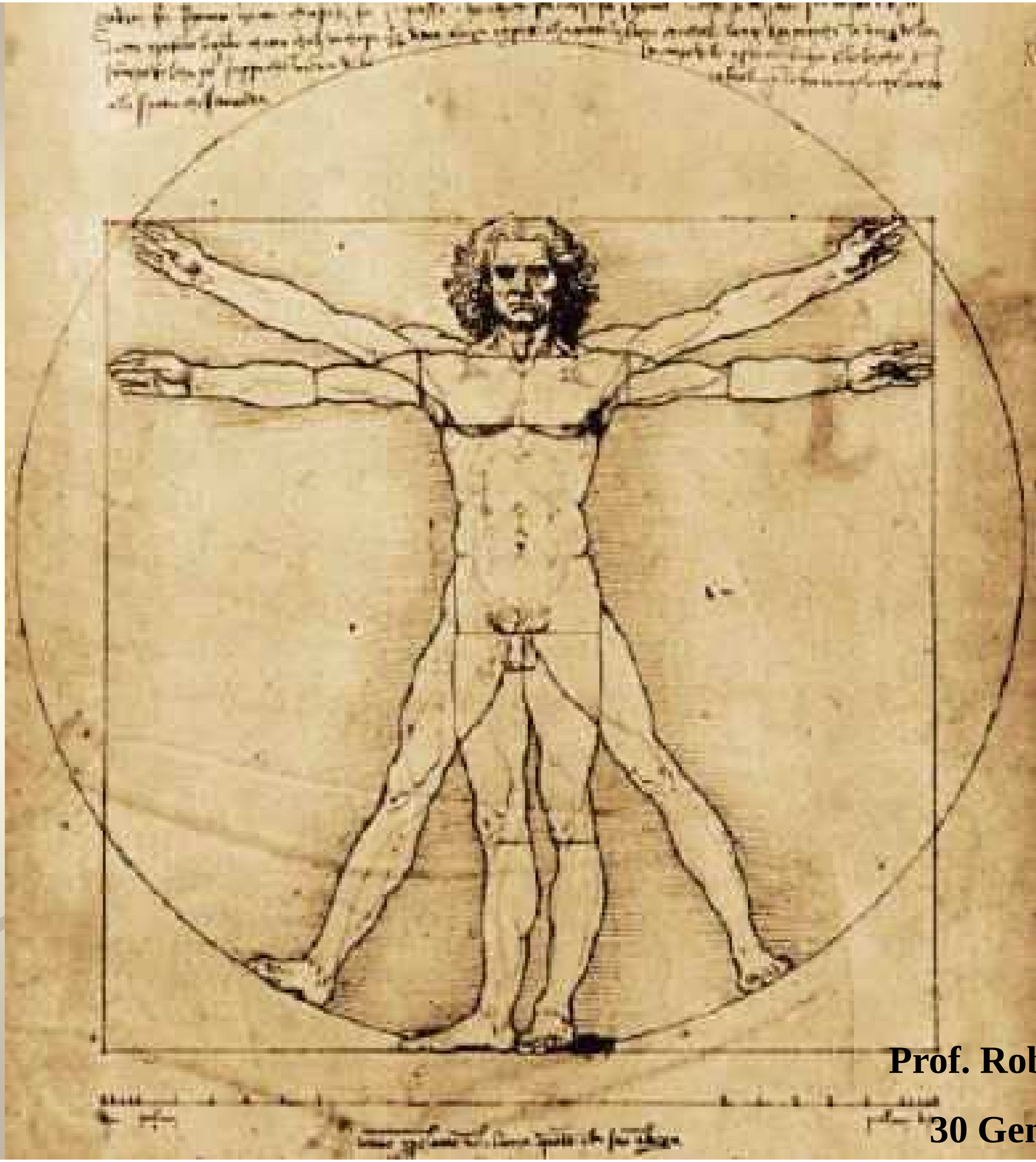
Un numero d'oro

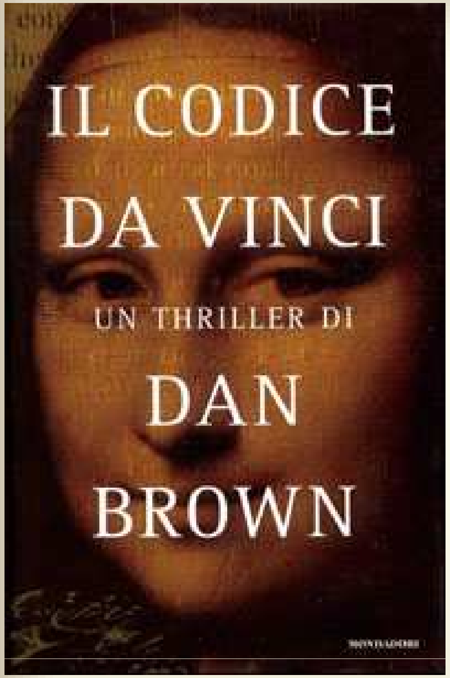


Ossia perché le donne portano i tacchi

Prof. Roberto Fantini

30 Gennaio 2008

0



...All'improvviso gli parve di essere ritornato ad Harvard, davanti ai suoi studenti del corso “*Il simbolismo nell'arte*" e di scrivere alla lavagna il suo numero preferito

1,618…

Langdon si era voltato verso la sua aula piena di studenti ansiosi. "*Chi mi sa dire che numero è?"*

Un diplomato in matematica, nelle ultime file, aveva alzato la mano. "*Il numero phi* ". Lo pronunciava "*fi*".

"*Bene, Stettner"* aveva commentato Langdon. *"Signori, vi presento phi"*.

"Da non confondere con il pi greco" aveva commentato Stettner, sorridendo. *“Come diciamo noi matematici, il phi è di un'acca più interessante del pi."*

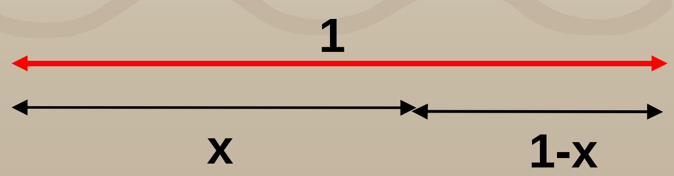
da “Il codice Da Vinci” di Dan Brown

Definizione geometrica

Def. U*n segmento è diviso in modo aureo se la parte maggiore del segmento è media proporzionale tra tutto il segmento e la parte rimanente.*

Suddividiamo un segmento unitario in due parti (x e 1-x), in modo tale che tutto il segmento (1) stia alla parte maggiore (x) come questa stia alla parte rimanente (1-x). La suddivisione del segmento in proporzione "aurea" è quindi definita dalla proporzione:

$$1 : x = x : (1 - x)$$



Ricaviamoci la ***x*** dall'equazione: $\boldsymbol{x^2 + x - 1 = 0}$

Scartiamo la soluzione negativa e otteniamo $x_- = \dfrac{-\sqrt{5}-1}{2}$

$$x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618...$$

x viene anche talvolta indicato con la lettera φ.

La **SEZIONE AUREA Φ** del segmento unitario è definita come il rapporto fra tutto il segmento e la parte maggiore *x*:

$$\boxed{\Phi = \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1.618...}$$

Diamo un'occhiata a Φ

Φ ≈

1,618033 9887498 9484820 4586834 3656381 1772030 9179805
7628621 3544862 2705260 4628189 0244970 7207204 1893911
3748475 4088075 3868917 5212663 3862223 5369317 9318006
0766726 3544333 8908659 5939582 9056383 2266131 9928290
2678806 7520876 6892501 7116962 0703222 1043216 2695486
2629631 3614438 1497587 0122034 0805887 9544547 4924618
5695364 8644492 4104432 0771344 9470495 6584678 8509874
3394422 1254487 7066478 0915884 6074998 8712400 7652170
5751797 8834166 2562494 0758906 9704000 2812104 2762177
1117778 0531531 7141011 7046665 9914669 7987317 6135600
6708748 0710131 7952368 9427521 9484353 0567830 0228785
6997829 7783478 4587822 8911097 6250030 2696156 1700250
4643382 4377648 6102838 3126833 0372429 2675263 1165339
2473167 1112115 8818638 5133162 0384005 2221657 9128667
5294654 9068113 1715993 4323597 3494985 0904094 7621322
2981017 2610705 9611645 6299098 1629055 5208524 7903524
0602017 2799747 1753427 7759277 8625619 4320827 5051312
1815628 5512224 8093947 1234145 1702237 3580577 2786160
0868838 2952304 5926478 7801788 9921990 2707769 0389532
1968198 6151437 8031499 7411069 2608867 4296226 7575605
2317277 7520353 6139362 ….

Proprietà di Φ

Il numero Φ gode di numerose proprietà:

1. E' l'unico numero che ha la stessa parte decimale del suo reciproco perché:
   $\mathbf{1/\Phi = \Phi - 1}$ (1/Φ = x = 0.618… = 1.618… - 1)

2. E' l'unico numero il cui quadrato è il numero stesso + 1:
   $\mathbf{\Phi^2 = \Phi + 1}$ (Φ è soluzione di: $x^2 - x - 1 = 0$)

3. E' il più "irrazionale" degli irrazionali.

La media aurea non è affatto banale

Tutt'altra cosa che un comune irrazionale.

Capovolta pensate un po'

Resta se stessa meno l'unità,

Se poi uno le viene sommato,

Quel che otterrete, vi assicuro è il suo quadrato.

The Fibonacci Quarterly

Tutto il mondo attorno a Φ

La sezione aurea interviene in modo insistente in diversi campi della conoscenza e nella natura.
Essa, che non è altro che un semplice rapporto di numeri, contribuisce alla bellezza di tutto ciò che ci circonda.

Storia della matematica

Architettura

Geometria

Pittura

Aritmetica

Φ

Forme naturali

Letteratura

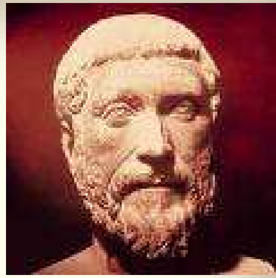
Finanza

Musica

*

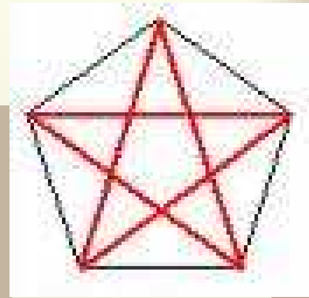
Un po’ di STORIA

Pitagora di Samo
572 – Metaponto 490



Tutto è numero

• I primi pensatori ad occuparsi sicuramente della sezione aurea furono i PITAGORICI [580 – 490 a.C.] che avevano come loro simbolo rappresentativo il pentagramma, la stella a 5 punte inscritta in un pentagono, [detto anche pentacolo o pentagono stellato]. Questa figura è strettamente legata alla sezione aurea poiché la diagonale del pentagono è in rapporto aureo con il lato.



• I pitagorici scoprirono anche che la diagonale del pentagono è incommensurabile con il lato e quindi che Φ è **IRRAZIONALE.**

• Questa scoperta fu un colpo durissimo per la scuola e la filosofia pitagorica che basava tutto sui numeri interi e sui loro rapporti, ossia i numeri razionali. La grandezze incommensurabili erano ritenute impossibili. Ricordiamo che **Ippaso di Metaponto** nel 525 a.C. circa fu ucciso perché stava divulgando fuori dalla setta la dimostrazione che la diagonale di un pentagono ed il suo lato così come la diagonale di un quadrato ed il suo lato erano grandezze incommensurabili.

Rinascimento

• La Sezione Aurea, in quanto rapporto armonioso fra parti, ha conosciuto in **Leonardo da Vinci** (1452-1519) un geniale assertore. Ricordiamoci dell'uomo vitruviano.

• A Milano, sotto la tutela degli Sforza, Leonardo collaborò con il frate **Luca Pacioli** (S. Sepolcro 1445) alla stesura del trattato "***De Divina proportione***" con 60 illustrazioni suggestive dei 5 solidi platonici disegnati dalla sua *ineffabile mano sinistra*.

• Sono le questioni attinenti al rapporto aureo che danno il titolo al libro, che si estende poi a questioni cosmologiche e matematiche connesse ai solidi platonici e ad altre tipologie di poliedri; ed ancora a temi di architettura (presi a prestito da **Vitruvio** e da **Leon Battista Alberti**), a questioni relative alla prospettiva (campo in cui attinge molto dall'opera del suo concittadino **Piero della Francesca**) ed altro ancora.

• **<u>A partire dal Rinascimento la Sezione Aurea acquista il crisma della bellezza estetica</u>**. Secondo Pacioli ed Albrecht Dürer, la Sezione Aurea, è *"l'elemento proporzionale analogico tra la figura umana e la natura oggettiva."*

De divina? proportione

1. “ Che tale proporzione sia una sola e non più” (unicità è il supremo epiteto della divinità).
2. La proporzione aurea chiama in causa 3 lunghezze (analogia con la trinità della divinità).
3. L’irrazionalità di Φ e l’impossibilità di comprendere la divinità per la mente umana, sono equivalenti.
4. Essendo un rapporto, è autosimile nel senso che qualunque segmento iniziale si scelga, la proporzione fra il tutto e la parte è sempre la stessa (Dio è tutto in tutti)

Luca Pacioli 1496

Geometria

Ipse dixit

"*La Geometria possiede due grandi tesori:*

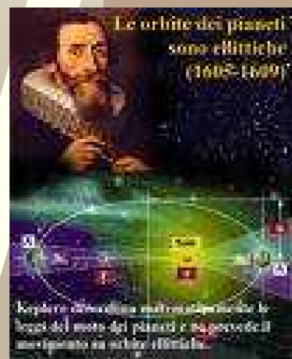
uno è il teorema di Pitagora;

l' altro è la divisione di una linea secondo il rapporto estremo e medio.

Il primo lo possiamo paragonare ad una certa quantità d' oro;

il secondo lo possiamo definire una pietra preziosa".

Johannes Kepler
(1571-1630)



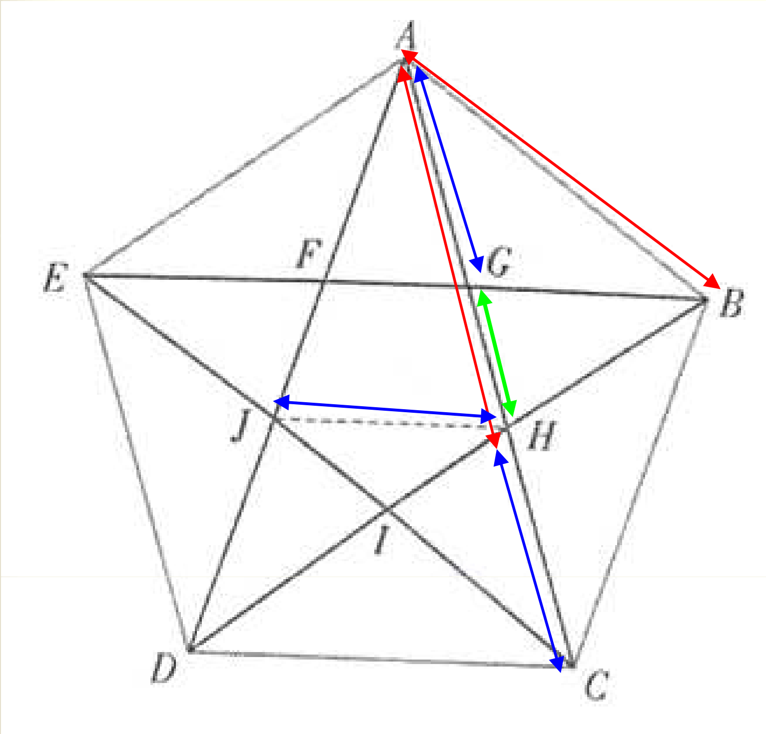
L’irrazionalità di Φ

Come si diceva nella parte storica, furono i pitagorici i primi a scoprire che Φ era un numero irrazionale, dimostrando che:

i. il rapporto fra la diagonale del pentagono ed il lato è Φ (esercizi);

ii. la diagonale del pentagono non è commensurabile al suo lato e quindi il loro rapporto non è razionale.

00



Ragionamento per assurdo.

Ip.: la diagonale ed il lato di un pentagono sono commensurabili.

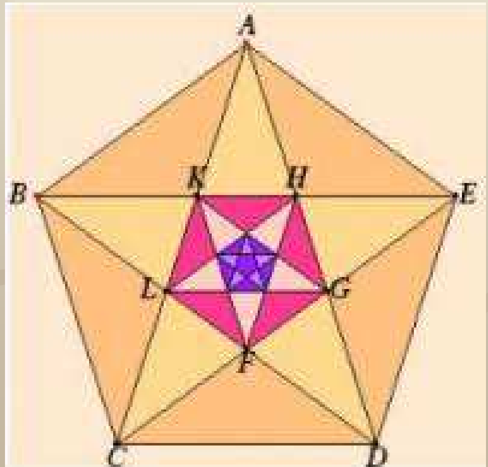
AC = AH + HC => $d_1 = l_1 + d_2$

Ossia $d_2 = d_1 - l_1$ è commensurabile con d_1 e con l_1

l_1 = AH = AG + GH = $d_2 + l_2$

Ossia $l_2 = l_1 - d_2$ è commensurabile con d_2

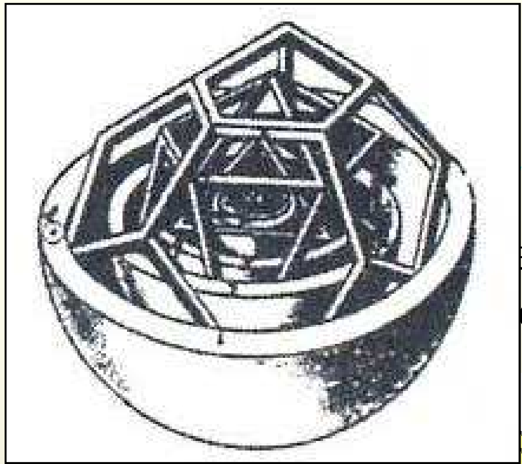
Questo ragionamento può essere ripetuto all'infinito perché dentro al pentagono interno si può inscrivere un'altra stella a 5 punte e così via.

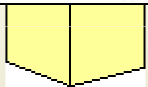


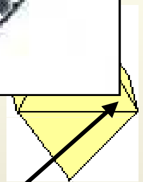
Ma ciò è assurdo perché il segmentino comune a tutte le diagonali e lati, avrebbe lunghezza zero

=> **d/l è irrazionale**

Platone e la dualità



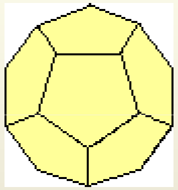




e,
ci

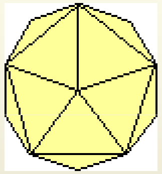
Universo, quinta essenza

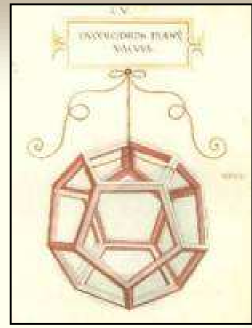
12 facce,
20 vertici



Acqua

20 facce,
12 vertici





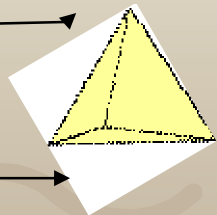
Dodecaedro

E' la forma usata dalla divinità per ricamare le costellazioni sull'insieme dei cieli (Platone, Timeo)

DUALITA'

Il rapporto fra i due spigoli (circoscritto/inscritto) è:
$\Phi^2 / \sqrt{5}$!

Fuoco

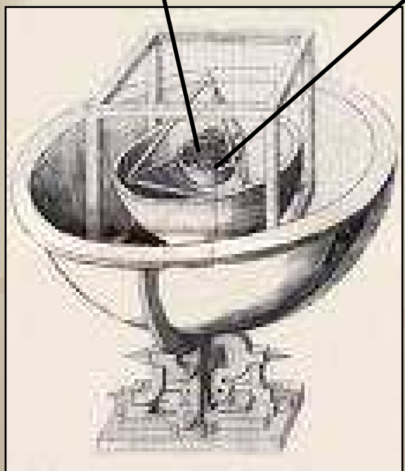


4 facce,
4 vertici

Platone e la chimica-fisica:

[acqua] + [fuoco] -> 3 [aria]

Conservazione dei triangoli



Mysterium Cosmographicum

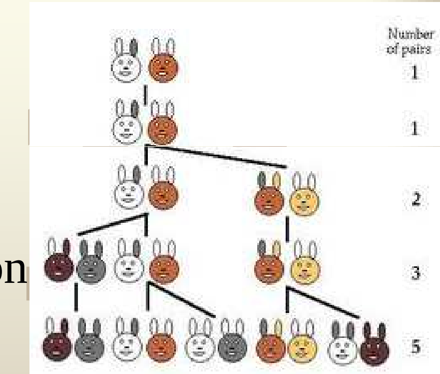
ARITMETICA *“Senza bellezza tutti i numeri sono come muti”*

Leonardo da Pisa
Filius Bonaccii
Pisa 1170 Pisa 1250

Il matematico pisano ***Leonardo Fibonacci*** è ricordato soprattutto per via della sua successione divenuta ormai celeberrima che risale all’anno 1202. Essa si compone della sequenza di numeri:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, …

Tra i numeri di questa successione esiste una relazione per cui ogni termine è uguale alla somma dei due immediatamente precedenti. Essa è definita in modo ricorsivo: $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$



Questa successione (introdotta per risolvere il problema dei conigli), non sembra apparentemente avere nulla a che fare con la sezione aurea. ***E invece …***

2:1 = 2 3:2 = 1.5 5:3 = 1,67 8:5 = 1,6
13:8 = 1,625 21:13 = 1,615 34:21 = 1,619 233:144=1,618

*Il rapporto fra due termini consecutivi della successione di Fibonacci tende a **Φ** al crescere della successione.*

$$\boxed{\lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \Phi}$$

Da Fibonacci a Φ e ritorno

- Abbiamo appena visto come dalla successione di Fibonacci ci si può calcolare Φ con una certa precisione.
- Ma è sconcertante che si possa fare anche il viceversa! Dalla sezione aurea ci si può ricavare un qualunque termine della successione di Fibonacci!

La formula di Binet-Eulero-De Moivre

$$\boxed{F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \cancel{\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}\right]}$$

Φ $\qquad$ $-1/\Phi$

1) Si stenta a credere che per ogni *n* la formula dia un numero naturale e tanto più proprio i numeri della successione di Fibonacci.

2) Se *n* è grande il secondo termine è trascurabile e la formula si può approssimare con:

$$F_n = \frac{\Phi^n}{\sqrt{5}}$$

Se $n = 14$ $F_n = 377.0005 \approx 377$

Altri modi di esprimere Φ

Provare per credere!

$$\Phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \dots}}}$$

$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

E' la frazione che converge il più lentamente possibile ed il numero è quindi il "più irrazionale" possibile!

Esercizi finali

Frazione continua			
Passo	Frazione		Denomin.
1	1		1.5
2	1.5		
3	1.67		
4	1.625000		
5	1.619048		
6	1.618182		
7	1.617978		
8	1.618056		
9	1.618026		
10	1.618037		

Radice quadrata			
Passo	Frazione		Radicando
1	1		1.414214
2	1.4142136		
3	1.553774		
4	1.5980532		
5	1.6118478		
6	1.6161212		
7	1.6174428		
8	1.6178513		
9	1.6179775		
10	1.6180165		

Perché c'è Φ in Fibonacci?

0011

$$\Phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \dots}}}$$

Approssimiamo Φ:

1. $\Phi = 1$
2. $\Phi = 1 + 1/1 = 2/1$
3. $\Phi = 1 + 1/(1+1) = 3/2$
4. $\Phi = 1 + 1/(1+1/(1+1)) = 5/3$
5. $\Phi = 1 + 1/(1+1/(1+1/(1+1))) = 8/5$

n. ……………….................. $= F_{n+1}/F_n$

Rappresentazione di Zeckendorf

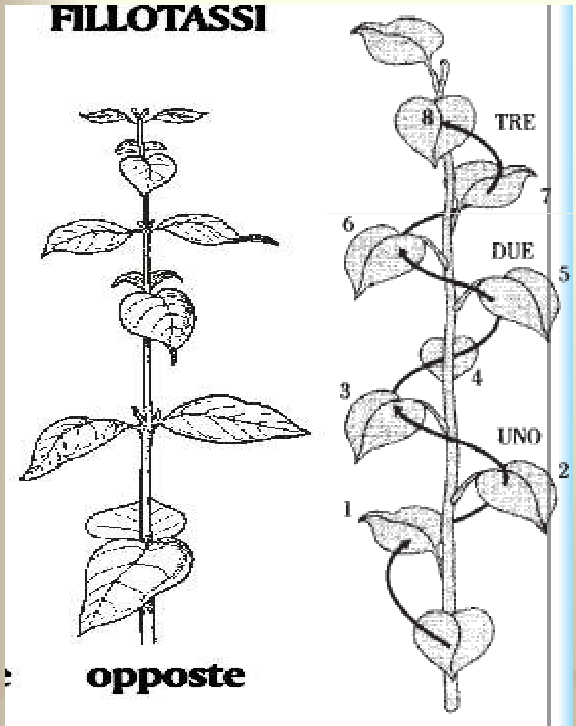
Il teorema di Zeckendorf afferma che **ogni intero positivo** è rappresentabile in modo unico come la somma di *uno o più* numeri di Fibonacci distinti in maniera tale che la somma non includa due numeri di Fibonacci consecutivi. Una somma che rispetti queste condizioni è detta **rappresentazione di Zeckendorf del numero.**

Es.: la rappresentazione di Zeckendorf di 100 è

$$100 = 3 + 8 + 89$$

Natura

- **Fillotassi**: disposizione delle foglie nei rami. Il primo ad occuparsene fu Teofrasto (372 a.C.). Dobbiamo poi giungere al 1490 quando se ne occupò nuovamente **Leonardo da Vinci** aggiungendo osservazioni quantitative.



Rapporto 1/2   Rapporto 3/8

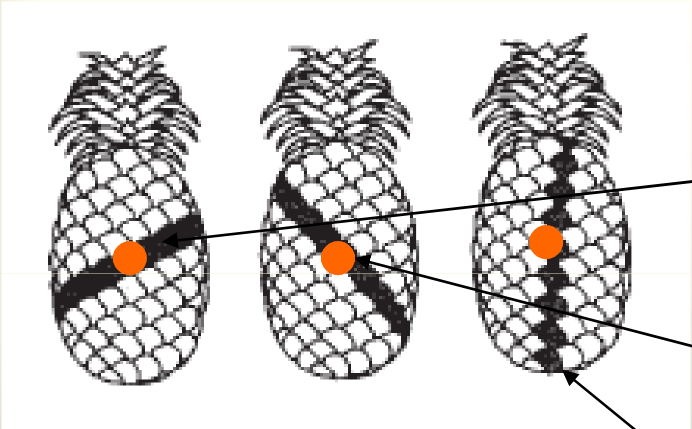
Esempi: pero 3/8; mandorlo 5/13

• La distribuzione delle foglie lungo il fusto, nelle piante con una sola foglia per nodo, può essere indicata dalla **frazione fillotassica** (**FF**), cioè il numero che esprime la frazione di angolo giro cui corrisponde l'angolo fra 2 foglie successive.

La frazione fillotassica ha sempre uno dei seguenti valori:
½ - 1/3 - 2/5 – 3/8 – 5/13 – 8/21 – 13/34 – etc di angolo giro.

I numeratori e i denominatori sono numeri di Fibonacci a termini alterni e le FF corrispondono agli angoli:
180° - 120° - 144°- 135° - 138°28' – 137°6' – 137°39'

Fillotassi a spirale: ananas e pigne



Ogni squama esagonale appartiene a 3 file distinte:

i) Una delle 8 che salgono da sinistra a destra dolcemente;

ii) Una delle 13 da destra a sinistra ripide;

iii) Una delle 21 che salgono verticalmente…

8, 13, 21 … numeri di Fibonacci.

• Ne

Que
circ

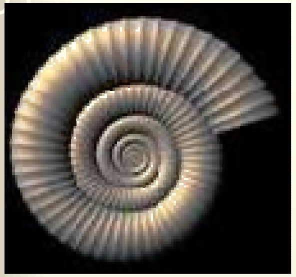
Que
sovr

In q
meg
a vic

A proposito di spirali

Spirale logaritmica (aurea) di Jakob Bernoulli: *"Spira mirabilis"*

Eadem mutata resurgo



1

Φ-1 = 1/ Φ

$$r = \Phi^{\frac{\theta}{2\pi}}$$

Derive

*****

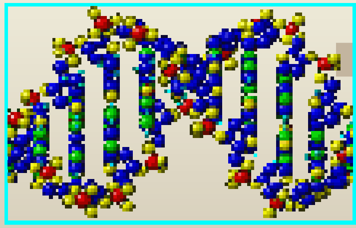
3’ di pausa …

- Filmato: Φ nella natura

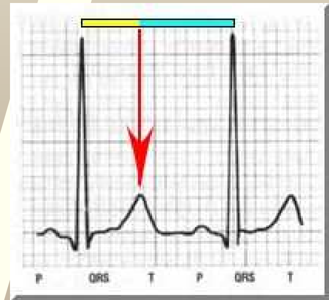
…e anche nel corpo umano

Se misuriamo le dita della nostra mano, noteremo che i rapporti tra le lunghezze delle falangi del dito medio stanno fra loro in rapporto aureo.

Le proporzioni dell’elica del DNA (34 x 21 A)



Distanza temporale tra le varie fasi del ritmo cardiaco.



*

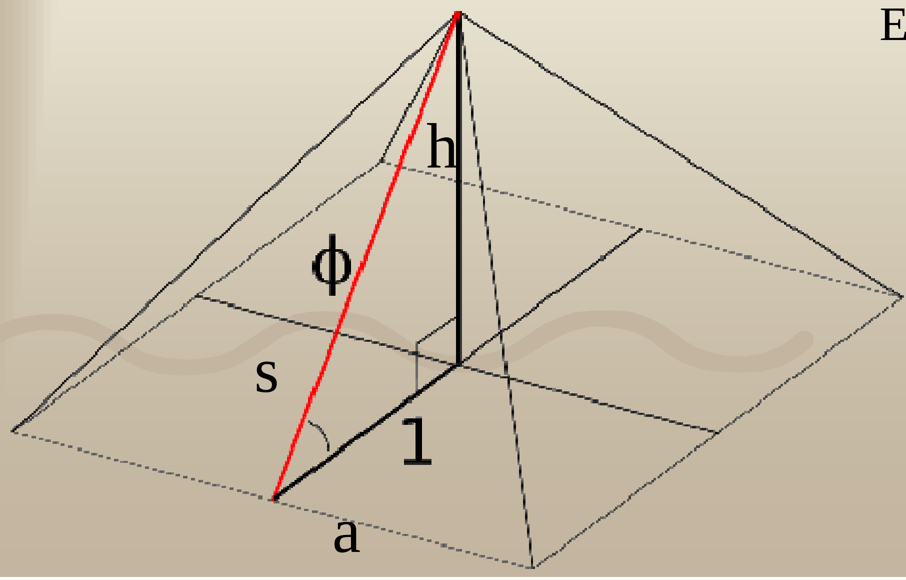
Architettura: La grande Piramide

La piramide di Cheope (2500 a.C.) ha una base quadrata di lato **l** = 230.38 m e l'altezza **h** = 146.73 m

Se calcoliamo il rapporto fra l'altezza di uno dei 4 triangoli della superficie laterale (**s**) e il mezzo lato di base **a** troviamo:

$$\mathbf{s/a} = 186.54/115.19 = 1.619 \approx \mathbf{\Phi}$$

Ed anche: $\mathbf{h/a = \sqrt{\Phi}}$

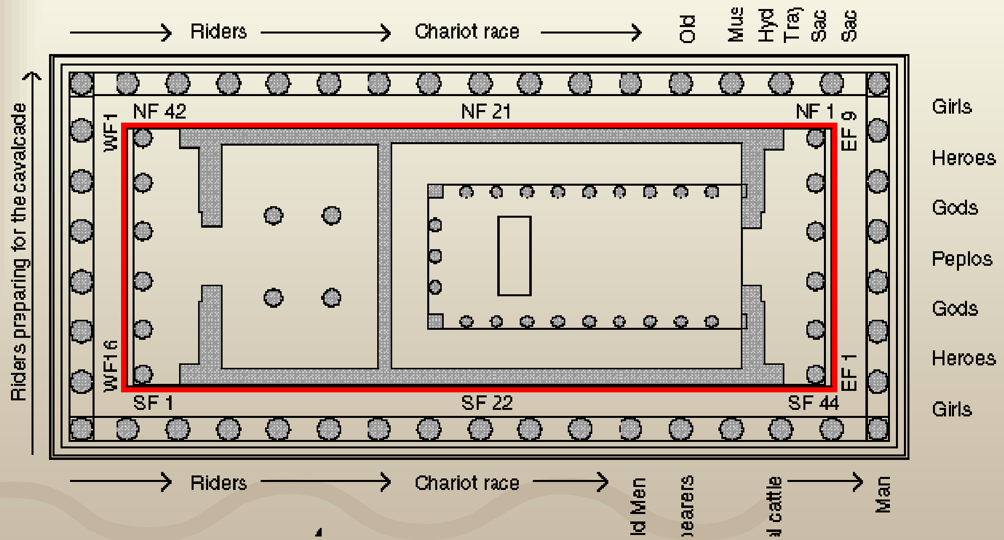


Che gli antichi egizi 4500 anni fa conoscessero già Φ?

(Per inciso: 4l/h = 6.28 !!)

Il tempio della vergine

Il **<u>Partenone</u>** è un antico tempio greco costruito sulla cima di un colle che domina la città di Atene. Oggi per la maggior parte in rovina, il Partenone era un tempio dedicato alla dea Atena, protettrice della città, e fu costruito attorno al 440/430 a.C. La sua pianta mostra che il tempio fu costruito su un rettangolo di lunghezza $\sqrt{5}$ volte la larghezza.

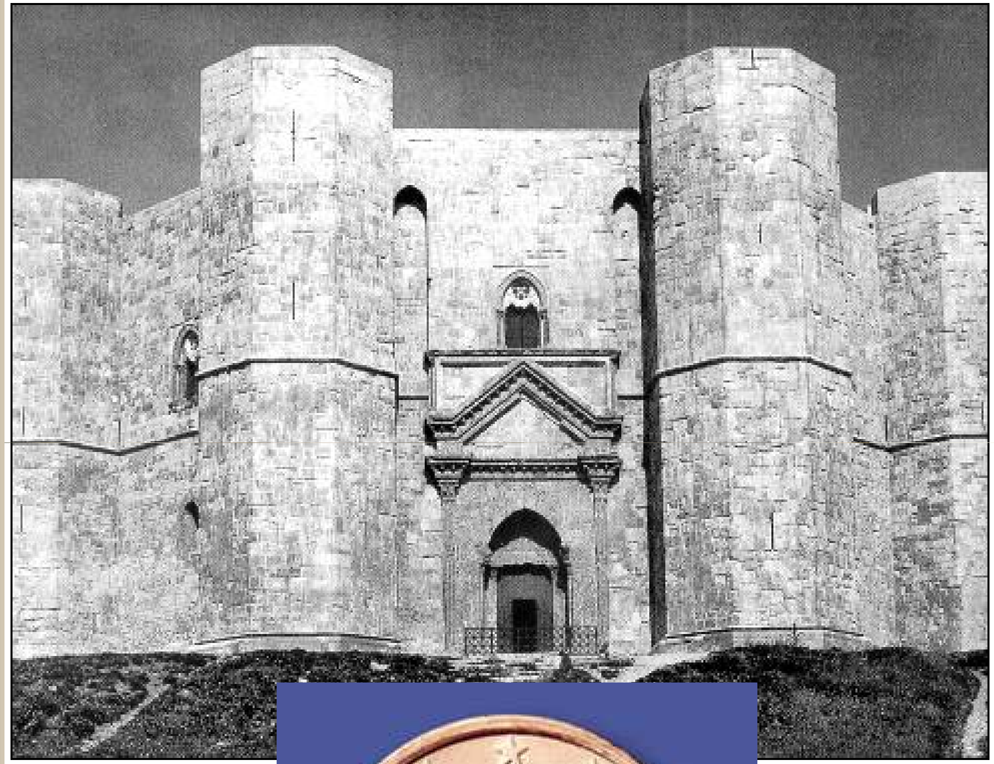


La pianta interna del Partenone è in rapporto $\sqrt{5}$ a 1 ossia 2 Φ ***-1***

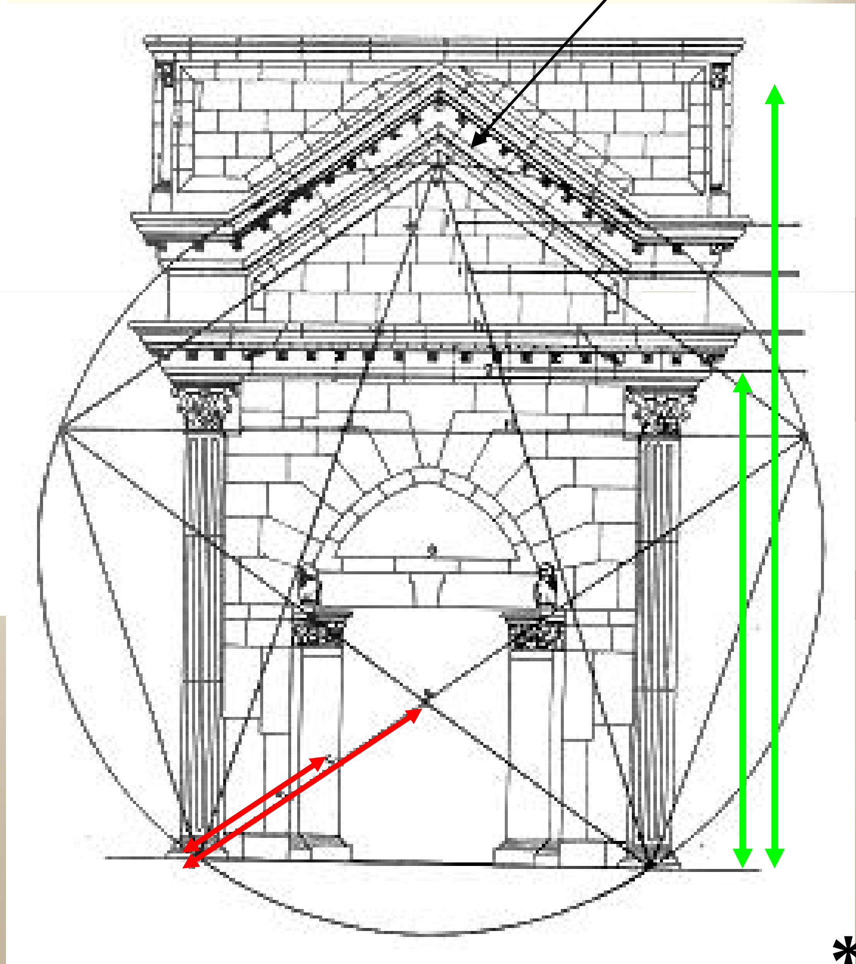
Il frontale del Partenone ha un aspetto armonico, che ispira una profonda sensazione di equilibrio. In parte ciò è dovuto al motivo delle colonne che si ripete. Ma è anche vero che la proiezione ortogonale della facciata mostra come essa sia stata costruita su un rettangolo quasi aureo, in modo che la larghezza e l'altezza stiano nel rapporto: 1.7 (la lettera F è tale in onore di Fidia, uno degli scultori e progettisti del Partenone).

*

Castel del monte

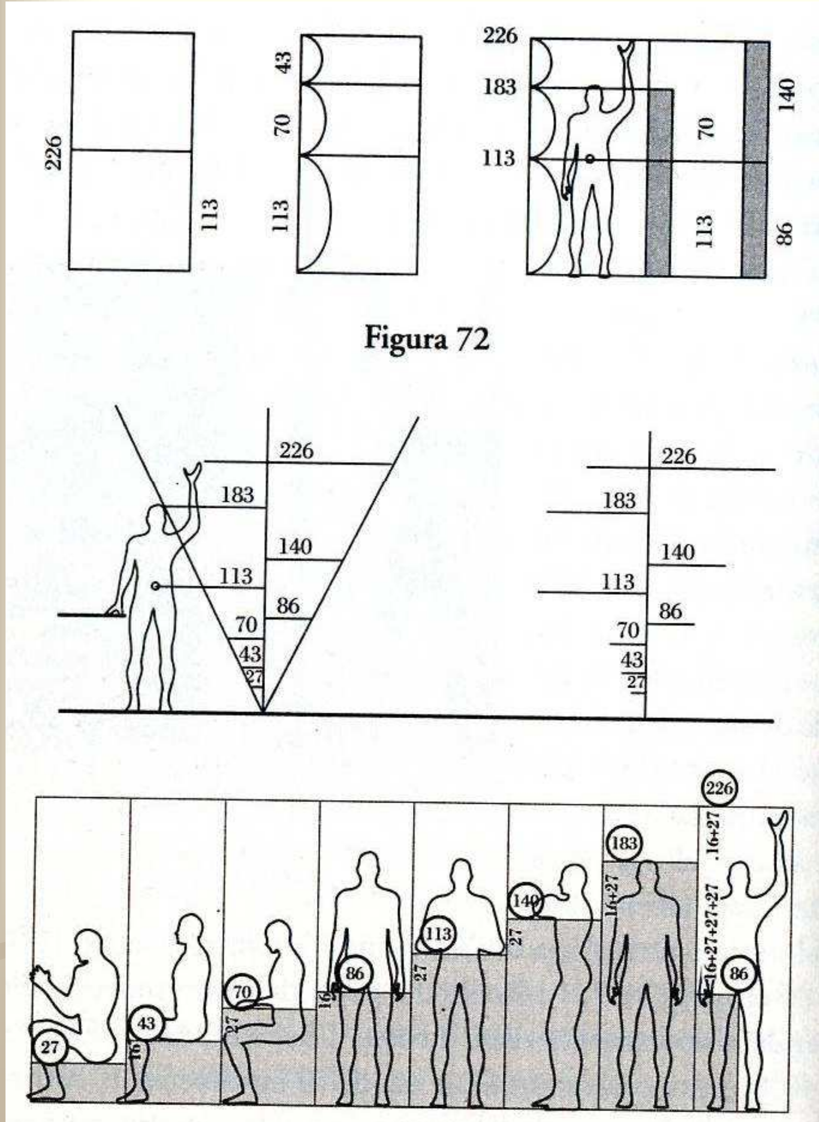


Gnomone aureo:
108° + 36° + 36°



*

Un mondo a misura d’uomo

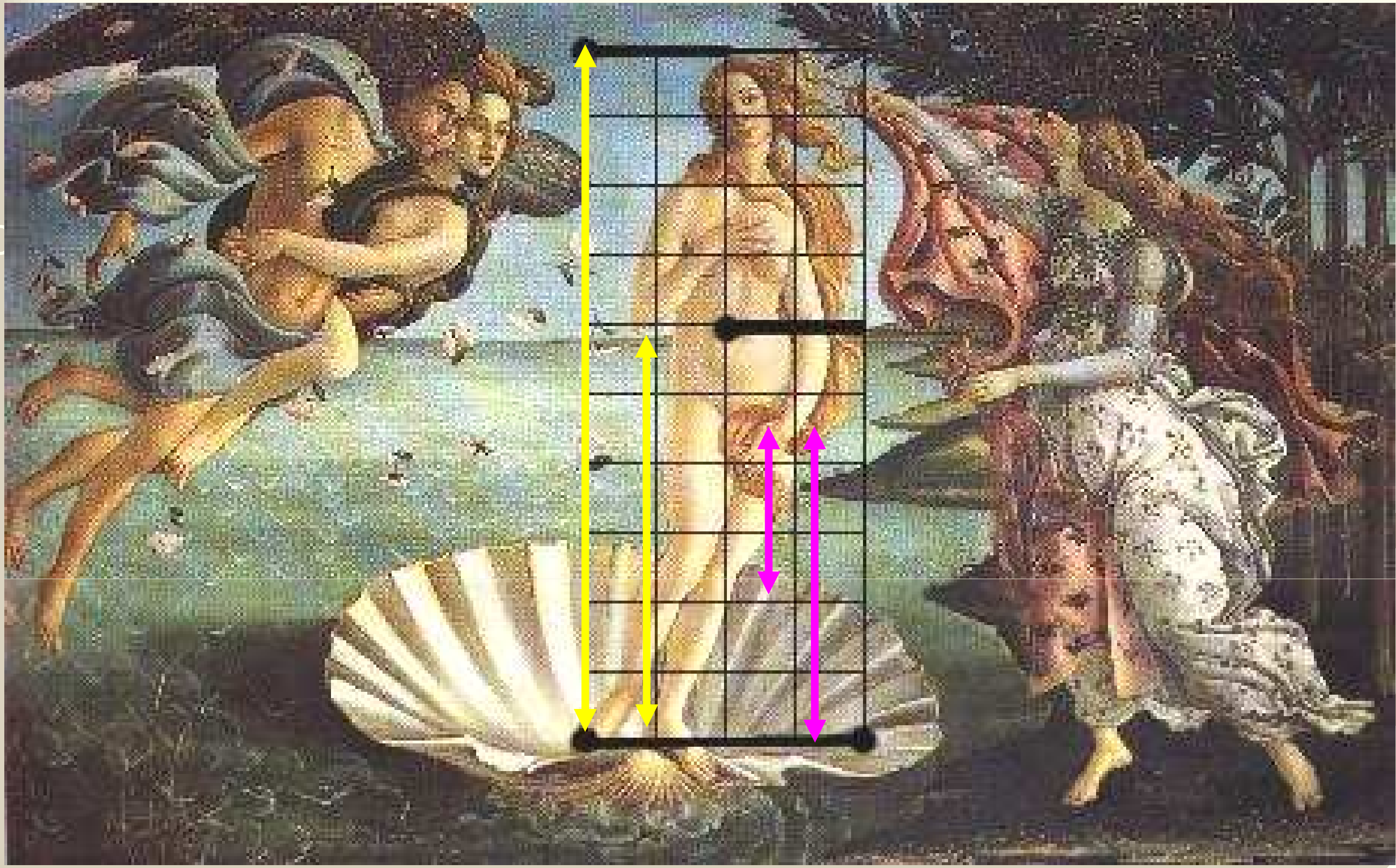


Le Corbusier (1887-1965), nella sua opera **Le Modulor** (modulo d’oro) si prefisse di utilizzare la sezione aurea come standard su cui basare le proporzioni di tutti gli spazi dedicati alla vita dell’uomo che fossero allo stesso tempo armonici e funzionali al vivere quotidiano visto che la sezione aurea è presente nel corpo umano.

- 226/140 ≈ Φ
- 183/113 ≈ Φ
- 140/86 ≈ Φ
- 113/70 ≈ Φ
- ……

L'impressione di armonia implicita nell’uomo, cela ancora un volta la concezione di un'estetica superiore legata alla sezione aurea

Pittura: ***La venere di Botticelli***

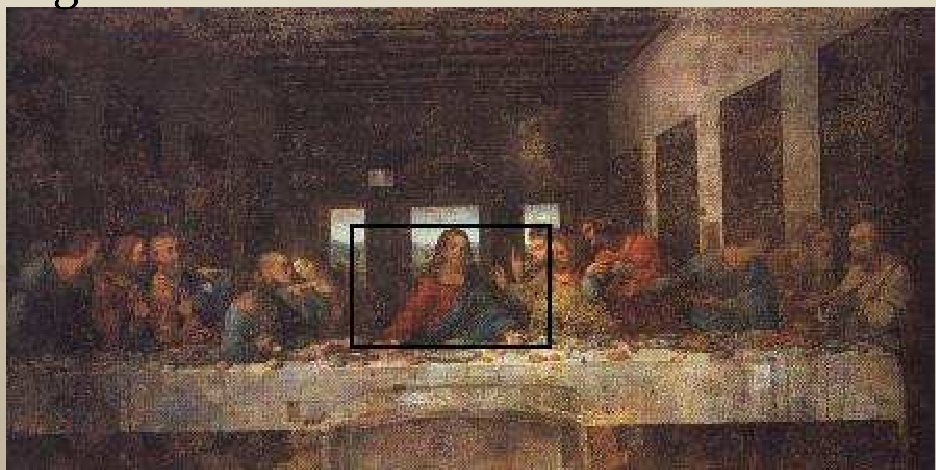


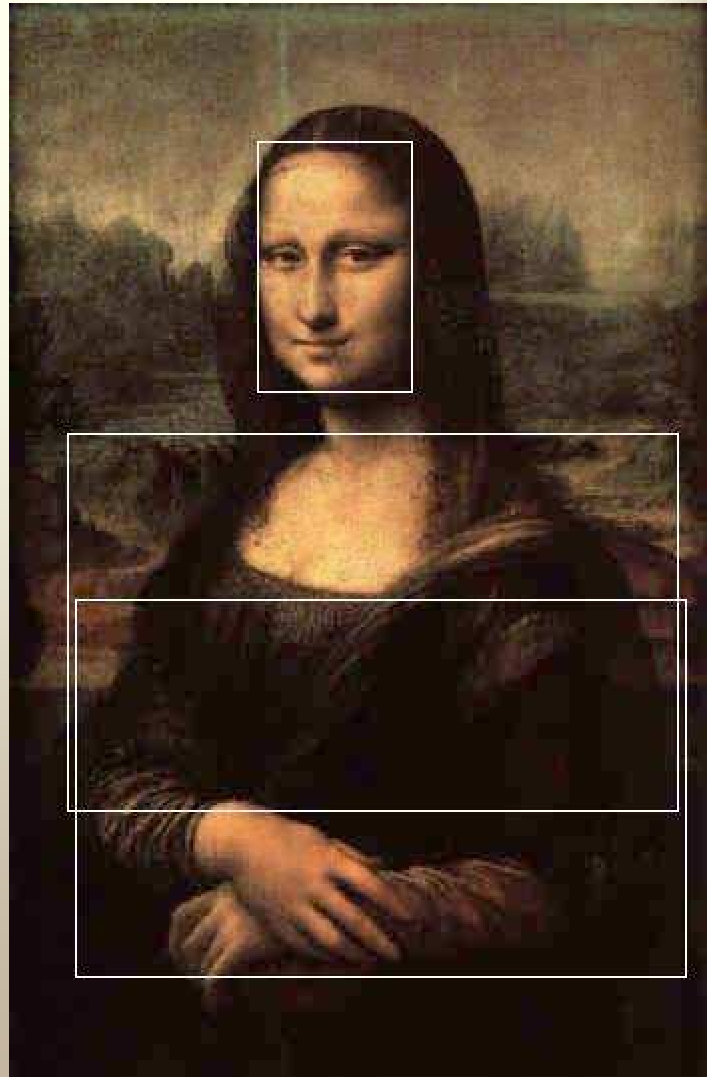
La sezione aurea affascinò molti pittori fra cui **Botticelli** (1445-1510) che la rappresentò ne “*La nascita di Venere*”. Misurando l’altezza complessiva e l’altezza da terra dell’ombelico il loro rapporto risulta 1.618, così anche il rapporto tra la distanza tra la lunghezza dell’intera gamba e la distanza fra la testa del femore e il ginocchio o anche il rapporto tra la lunghezza del braccio e la distanza fra il gomito e la punta del dito medio.

Il maestro Leonardo

- **Leonardo da Vinci** collabora con Luca Pacioli alla stesura del libro “De divina proportione” a partire dal 1496. Alcune sue opere fra cui la **Gioconda** sono successive a questa data e sembrano contenere la sezione aurea (il dibattito fra gli esperti è aperto).

- Nell’ **Ultima cena**, finita di dipingere nel 1497 nel convento di S. Maria delle grazie a Milano Gesù, l’unico personaggio veramente divino, è racchiuso dentro un rettangolo aureo.





R. F.4

Un’ultima “Ultima cena”

Ultima cena di Salvator Dalì , 1955

h =166 cm

001

L = 268 cm

Richiesto di commentare il suo quadro, l’autore parlò di una:

“cosmologia aritmetica e filosofica basata sulla sublime paranoia del numero dodici”.

12 apostoli,
dodecaedro,
Platone,
Φ
Divina proportione
….

Il dodecaedro proietta la figura umana di Gesù in una dimensione metafisica.

Il dodecaedro è assunto da Platone come emblema della perfezione stessa del cosmo, come essenza ultima delle sue armonie.

L/h = ?

Diapositiva 33

R. F.4 Gesù risorto dentro "inscritto" nel dodecaedro richiama molto da vicino l'uomo vitruviano disegnato da Leonardo da Vinci

Roberto, 24-Dec-07

Scienza e Arte

0011

Lo scienziato cerca la bellezza nella verità;
L`artista cerca la verità nella bellezza.

Esercizi

CAUTION!

THIS MACHINE
HAS NO BRAIN
USE YOUR OWN

La matematica è come il
gioco della dama:
adatta ai giovani,
non troppo difficile,
divertente,
e senza alcun pericolo
per lo stato.

(Platone)

Esercizi

1. Scrivere i primi 17 termini della successione di Fibonacci
2. Trovare da quali termini consecutivi della successione di Fibonacci in poi il loro rapporto approssima Φ meglio di una parte per milione.
3. Dimostrare che la diagonale di un pentagono regolare ed il suo lato sono in rapporto aureo.
4. Dimostrare che il rapporto fra il raggio del cerchio circoscritto al decagono regolare ed il suo lato è Φ.
5. Dimostrare:
$$\Phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \dots}}}$$
6. Dimostrare:
$$\Phi = 1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$
7. Verificare per qualche valore di n la formula di Binet-Eulero-de Moivre $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$
8. Verificare per un valore di n sufficientemente grande (n>10) che $F_n \approx \Phi^n/\sqrt{5}$
9. Spiegare perché Φ = 1/(2*sin(18°))
10. Verificare che 1/Φ = Φ -1 e che $\Phi^2 = \Phi + 1$.
11. Dimostrare che il triangolo isoscele di angoli 72°, 72°, 36° è aureo.
12. Dimostrare che in una piramide a base quadrata di lato 2a che abbia il quadrato costruito sull'altezza h equivalente all'area della faccia triangolare, il rapporto fra l'apotema s e metà della base è: s/a = Φ
13. Dimostrare che se da un rettangolo aureo tolgo un quadrato di lato uguale a quello minore del rettangolo, ottengo ancora un rettangolo aureo di area 1/ Φ volte di quello iniziale.
14. Dimostrare che l'area di un pentagono regolare di lato unitario è:
$$\frac{\sqrt{5}}{4}\sqrt{3+4\Phi} = \frac{\sqrt{10\sqrt{5}+25}}{4}$$

Bibliografia

"La sezione aurea" Mario Livio, Rizzoli

Internet ….

Perché le donne portano i tacchi

Il rapporto del corpo umano femminile è circa 1.6, mentre quello maschile è circa 1.62

Se supponiamo che una ragazza sia alta 101+64 cm => 101/64 = 1.58

Con 3 cm di tacchi si avrebbe 104/64 = 1.62

Frazioni continue

In matematica, una **frazione continua semplice** è una espressione quale

$$x = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \cdots}}}$$

dove a0 è un intero e tutti gli altri numeri an sono interi positivi.

Calcolo della rappresentazione delle frazioni continue

Si consideri un numero reale r. Sia i la parte intera e f la parte frazionaria di r. Allora la frazione continua che rappresenta r è [i; …], dove "…" è la frazione continua che rappresenta 1/f. È consuetudine sostituire la prima virgola con un punto e virgola.

Per calcolare la rappresentazione tramite frazione continua di un numero r, si scrive la parte intera di r. Si sottrae da r questa parte intera. Se la differenza è zero ci si ferma, altrimenti si prende il reciproco della differenza e si ripete l'algoritmo. La procedura termina se e solo se r è un razionale.

Ricerca della frazione continua del numero 3.245				
3	$3,245 - 3$	$= 0,245$	$1/0,245$	$= 4,082$
4	$4,082 - 4$	$= 0,082$	$1/0,082$	$= 12,250$
12	$12,250 - 12$	$= 0,250$	$1/0,250$	$= 4,000$
4	$4,000 - 4$	$= 0,000$	FINE	
la frazione continua per 3.245 è [3; 4, 12, 4]				

$$3,245 = 3 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{4}}}$$